feuille TD4

Exo II $\quad C(x) = 920 + 2x - 0{,}02x^2 + 0{,}00007x^3$

· Expression du cout marginal : noté C_m, $C_m = C'$

$$C'(x) = 2 - 0{,}04x + 0{,}00021x^2$$

1/ $C_m(x) = 0{,}00021x^2 - 0{,}04x + 2$

2/ $C_m(100) = 2{,}1 - 4 + 2 = 0{,}1$

signification :

3/ $\underline{C(101) - C(100)} = 2(101-100) - 0{,}02(101^2 - 100^2) + 7.10^{-5}.(101^3 - 100^3)$

$= (101-100)\left[2 - 0{,}02(101+100) + 7.10^{-5}(101^2 + \cancel{1}01.100 + 100^2)\right)$

en utilisant les identités remarquables
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$C(101) - C(100) = 2 - 4{,}02 + 7.10^{-5}\left((100+1)^2 + (100+1).100 + 10000\right)$

$= -2{,}02 + 7.10^{-5}(10000 + 200 + 1 + 10100 + 10000)$

$= -2{,}02 + 7.10^{-5}(30301)$

$= -2{,}02 + 212107.10^{-5} = 2{,}12107 - 2{,}02$

$= 0{,}10107$

4/ Point d'inflexion de C.

le point d'inflexion x_0 est la valeur de x qui annule la dérivée seconde de C tout en changeant de signe.

c'est à dire $C''(x_0) = 0 \quad$ tq $\quad C''(x_0+h) \times C''(x_0-h) < 0$

Calculons $C''(x) = -0{,}04 + 0{,}00042x$

cherchons x tq : $C''(x) = 0 \qquad 0{,}00042x = 0{,}04$

$$x = \frac{0{,}04}{0{,}00042} = \frac{4}{0{,}042} = \frac{4\times10^3}{42}$$

$$x_0 = \frac{10^3}{10{,}5} = 95{,}2380952$$

en fait en ce point $C''(x_0) = 0$ or $C''(x) = C'_m(x)$

ainsi ce pt d'inflexion x_0 est tel que $C'_m(x_0) = 0$ en changeant de signe : donc en ce point le cout marginal a pour dérivé nulle en changeant de signe ~~donc~~ Par conséquent en ce pt d'inflexion de C, le cout marginal passe par un maximum ou passe par un minimum.

Dans notre exercice :

x		x_0	
C'_m	$-$		$+$
C_m	$\searrow$	$C_m(x_0)$	$\nearrow$

au pt d'inflexion de C le cout marginal passe par un minimum.

$x_0 = 95{,}2380952$

$C_m(95{,}2380952) = 0{,}0952381$: le cout de fabrication de la $96^{ème}$ objet est $\left\{\begin{array}{l}\text{le plus petit} \\ \text{le minimum.}\end{array}\right.$