Feuille 2 exo III

on cherche m et σ d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale telle que: $\begin{cases} Prob\{X \leq 2\} = 0{,}5793 \\ Prob\{X \geq 5\} = 0{,}2119 \end{cases}$

m étant l'espérance de X et σ son écart type.

<u>En événement</u>: $\{X \leq 2\} = \left\{\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{2-m}{\sigma}\right\}$ avec $\frac{X-m}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0,1)$

ainsi $Prob(X \leq 2) = Prob\left\{\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{2-m}{\sigma}\right\} = Prob\left[\mathcal{N}(0,1) \leq \frac{2-m}{\sigma}\right] = 0{,}5793$

cherchons t tel que $Prob(\mathcal{N}(0,1) \leq t) = 0{,}5793$ en lisant sur la table de la loi normale et on trouve $t = 0{,}20$

ainsi $\frac{2-m}{\sigma} = 0{,}20$ soit $m + 0{,}20\sigma = 2$ une 1ère équation

Comme il y a deux inconnus m et σ il nous faut une 2ème équation qui nous sera fourni par la relation $Prob(\{X \geq 5\}) = 0{,}2119$

<u>en événement</u>: $\{X \geq 5\} = \left\{\frac{X-m}{\sigma} \geq \frac{5-m}{\sigma}\right\}$ on centrant en on réduisant

où $\frac{X-m}{\sigma}$ suit la loi $N(0,1)$

ainsi en probabilité $Prob\{X \geq 5\} = Prob\left(\frac{X-m}{\sigma} \geq \frac{5-m}{\sigma}\right) = Prob\left(N(0,1) \geq \frac{5-m}{\sigma}\right)$

$= 1 - Prob\left(N(0,1) < \frac{5-m}{\sigma}\right) = 1 - Prob\left(\mathcal{N}(0,1) \leq \frac{5-m}{\sigma}\right)$ X étant une variable continue.

$= 0{,}2119$

il nous suffit de chercher t' tel que $1 - Prob(N(0,1) \leq t') = 0{,}2119$

soit $Prob(N(0,1) \leq t') = 1 - 0{,}2119$ soit $Prob(N(0,1) \leq t') = 0{,}7881$.

En lisant sur la table on trouve $t' = 0{,}80$

d'où $\frac{5-m}{\sigma} = 0{,}80$ soit $m + 0{,}80\sigma = 5$.

on a donc le système $\begin{cases} m + 0{,}20\sigma = 2 & L_1 \\ m + 0{,}80\sigma = 5 & L_2 \end{cases}$ $\quad L_2 - L_1 \begin{cases} m + 0{,}20\sigma = 2 \\ 0{,}6\sigma = 3 \end{cases}$

d'où $\sigma = 5$ et $m = 1$