Fewlk TD3 exo X

avoir internet haut débit $\Rightarrow X_i = 1$ $i^{\text{ème}}$ individu a un haut débit

$X_i = 0$ sinon,

$\text{Prob}(X_i = 1) = \frac{3}{4}$ X_i v.a de Bernoulli

1/ $Q_1 = \sum_{i=1}^{300} X_i$

$Q_1 \sim \mathcal{B}(300 ; \frac{3}{4})$ peut être approximée par $N\left(300 \times \frac{3}{4}, 300 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right)$

car: $300 > 30$, $np > 15$; $nq > 15$

p pas proche de 0.

2/ $E(Q_1) = 300 \times \frac{3}{4} = \frac{900}{4} = 225$

$\text{Var}(Q_1) = 300 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$ $\sigma_{Q_1} = \frac{3 \times 10}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5$

3/ $\alpha_1 = \text{Prob}(215 < Q_1 < 240)$

$\approx \text{Prob}\left(\frac{215 - 225}{\frac{30}{4}} < N(0,1) < \frac{240 - 225}{\frac{30}{4}}\right) = \text{Prob}\left(\frac{4 \times 10}{30} < N(0,1) < \frac{4 \times 15}{30}\right)$

$= \text{Prob}\left(\frac{4}{3} < N(0,1) < 2\right)$

$= \Pi(2) - \Pi(0{,}75)$

4/ Urbain 90% ont une connection haut débit

Ruraux: 40% ont une connection haut débit.

Ensemble 75% ont une connection haut débit

si N : effectif population totale

N_U: effectif urbain

N_R: effectif ruraux

avec $\boxed{90\% \times N_U + 40\% \times N_R = 75\% \times N}$

$90\% \times \frac{N_U}{N} + 40\% \times \frac{N_R}{N} = 75\%$ où $\frac{N_R}{N} = 1 - \frac{N_U}{N}$

$90\% \times \frac{N_U}{N} + 40\%\left(1 - \frac{N_U}{N}\right) = 75\%$

$50\% \frac{N_U}{N} = 35\%$ soit $\frac{N_U}{N} = \frac{35}{50} = \frac{70}{100}$

conclusion: Il y a 70% de Urbains.

5/ a) ef cours, $70\% \times 300 = 210$ urbains $30\% \times 300 = 90$ Ruraux

b) $Q_2 = \sum_{i=1}^{210} X_i^U + \sum_{j=1}^{90} X_j^R$ où $X_i^U = 1$ si l'urbain n° "i" a connexion

$X_i^U = 0$ sinon. $X_i^U \sim B(0{,}9)$

$X_j^R = 1$ si rural n° j a connexion

$X_j^R = 0$ sinon. $X_j^R \sim B(0{,}4)$

$Q_2^U = \sum_{i=1}^{210} X_i^U \sim \mathcal{B}(210 ; 0{,}9) \rightsquigarrow N(189 ; 18{,}9)$

$Q_2^R = \sum_{j=1}^{90} X_j^R \sim \mathcal{B}(90 ; 0{,}4) \rightsquigarrow N(36 ; 21{,}6)$ les conditions des approximations sont valides

$Q_2 = Q_2^U + Q_2^R$ donc on peut admettre que loi de Q_2 : $N\left(E(Q_2^U + Q_2^R) ; \text{Var}(Q_2^U + Q_2^R)\right)$

Feuille TD3 exo $\underline{X}$ suite

$E(Q_2^U + Q_2^R) = E(Q_2^U) + E(Q_2^R) = 189 + 36 = 225$: linéarité de l'Espérance

$Var(Q_2^U + Q_2^R) = Var(Q_2^U) + Var(Q_2^R) = 18{,}9 + 21{,}6 = 40{,}5$: indépendance de Q_2^U et Q_2^R

$E(Q_2) = 225$

$Var(Q_2) = 40{,}5$

$\sigma(Q_2) = \sqrt{40{,}5}$

$\underline{\text{Si}}$ $\alpha_2 = Prob(215 < Q_2 < 240)$ et $\alpha_1 = Prob(215 < Q_1 < 240)$

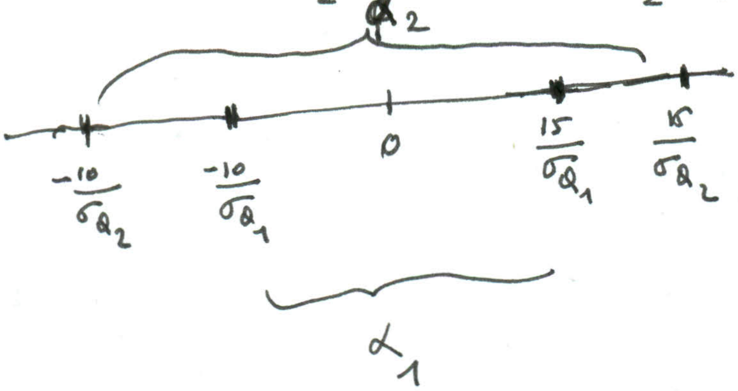
avec $\sigma_{Q_2} = \sqrt{40{,}5}$ avec $\sigma_{Q_1} = \sqrt{56{,}25}$

$E(Q_2) = 225$ $E(Q_1) = 225$

$\underline{\text{On observe que}}$ $\sigma_{Q_2} < \sigma_{Q_1} \iff \begin{cases} \dfrac{b}{\sigma_{Q_1}} > \dfrac{b}{\sigma_{Q_2}} & \text{si } b < 0 \\ \dfrac{a}{\sigma_{Q_1}} < \dfrac{a}{\sigma_{Q_2}} & ; a > 0 \end{cases}$

$\alpha_2 = Prob\left(\dfrac{215-225}{\sigma_{Q_2}} < N(0,1) < \dfrac{240-225}{\sigma_{Q_2}}\right)$; $\alpha_1 = Prob\left(\dfrac{-10}{\sigma_{Q_1}} < N(0,1) < \dfrac{15}{\sigma_{Q_1}}\right)$

$\alpha_2 = Prob\left(\dfrac{-10}{\sigma_{Q_2}} < N(0,1) < \dfrac{15}{\sigma_{Q_2}}\right)$; $\alpha_1 = Prob\left(\dfrac{-10}{\sigma_{Q_1}} < N(0,1) < \dfrac{15}{\sigma_{Q_1}}\right)$



$$\left[-\frac{10}{\sigma_{Q_1}} ; \frac{15}{\sigma_{Q_1}}\right] \subset \left[-\frac{10}{\sigma_{Q_2}} ; \frac{15}{\sigma_{Q_2}}\right]$$

donc $Prob\left(\left[-\dfrac{10}{\sigma_{Q_1}} ; \dfrac{15}{\sigma_{Q_1}}\right]\right) < Prob\left(\left[-\dfrac{10}{\sigma_{Q_2}} ; \dfrac{15}{\sigma_{Q_2}}\right]\right)$

$$\alpha_1 < \alpha_2$$

L'ecart type ~~qui~~ considère la non-homogeneité dans la fabrication des echantillons est plus faible. Ainsi la probabilité associée qui en découle est plus forte. La dispersion autour de la moyenne étant plus faible, on est plus $\underline{\text{sûr}}$ des resultats fournis dans un intervalle.